# ПРАКТИКАЛЫҚ САБАҚ №1
# 1 СЫЗЫҚТЫҚ АЛГЕБРА ЭЛЕМЕНТТЕРІ
## 1.1Матрица және оларға қолданылатын амалдар

**Есеп 1**: $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 7 \\ 0 & -7 & 9 \end{pmatrix}$ матрицасы $2 \times 3$ *өлшемді* матрица. Матрицада $b_{23} = 9$.

**Есеп 2**: $C = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ матрицалары тең, әрі 2-ретті квадрат матрицалар.

**Матрицаларға қолданылатын амалдар:**

**Есеп 3**: $\begin{pmatrix} -4 & 6 & -2 \\ 2 & -5 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 7 & -5 \\ 3 & -4 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4-1 & 6+7 & -2-5 \\ 2+3 & -5-4 & 8-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 13 & -7 \\ 5 & -9 & 5 \end{pmatrix}$.

**Есеп 4**:

1) $A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $7A = \begin{pmatrix} 28 & 42 \\ -7 & 0 \end{pmatrix}$;

2) $-5E = \begin{pmatrix} -5 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -5 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & -5 \end{pmatrix}$;

3) $N = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 8 \\ 10 & -8 & 12 \\ 6 & -10 & 14 \end{pmatrix}$ матрицасында 2 санын матрица белгісінің алдына шығаруға болады,

яғни $2N = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 5 & -4 & 6 \\ 3 & -5 & 7 \end{pmatrix}$.

**Есеп 5**:

1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 7 & 10 \\ 8 & 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 6 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 8 & 1 \cdot 9 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 11 \\ 4 \cdot 6 + 5 \cdot 7 + 6 \cdot 8 & 4 \cdot 9 + 5 \cdot 10 + 6 \cdot 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 44 & 62 \\ 107 & 152 \end{pmatrix}$.

2) $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ матрицалары берілген. $A \cdot B$ және $B \cdot A$ неге тең?

$AB = \begin{pmatrix} 3 \cdot 1 + 5 \cdot (-1) & 3 \cdot 0 + 5 \cdot 2 \\ 1 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) & 1 \cdot 0 + 2 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 10 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $BA = \begin{pmatrix} 1 \cdot 3 + 0 \cdot 1 & 1 \cdot 5 + 0 \cdot 2 \\ (-1) \cdot 3 + 2 \cdot 1 & (-1) \cdot 5 + 2 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$.

Бұдан $A \cdot B \neq B \cdot A$ екенін көруге болады.

3) $(AB)C = A(BC)$ теңдігін дәлелдеңіз, мұндағы

$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -6 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$.

$AB = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -2 \\ -1 & 9 & -2 \\ 9 & 3 & -3 \end{pmatrix}$, $(AB)C = \begin{pmatrix} -7 \\ 11 \\ -15 \end{pmatrix}$ және $BC = \begin{pmatrix} -10 \\ 1 \end{pmatrix}$, $A(BC) = \begin{pmatrix} -7 \\ 11 \\ -15 \end{pmatrix}$

есептей келе, $(AB)C = A(BC)$ көреміз.

## 1.2 Анықтауыштар

**Есеп 6**: $\Delta = \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} = (-1) \cdot (-5) - (-2) \cdot 3 = 5 + 6 = 11$.

**Есеп 7:** $\begin{vmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & \cos x \end{vmatrix} = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$, $\begin{vmatrix} tgx & 2 \\ \frac{1}{2} & ctgx \end{vmatrix} = 1 - 1 = 0$.

**Есеп 8:** $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -3 & 4 & 2 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ анықтауышы берілген. $a_{23}$ элементінің сәйкес $M_{23}$, $A_{23}$ тап.

$$M_{23} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 2\cdot(-2) = 5; \quad A_{23} = (-1)^{2+3}\cdot M_{23} = -5.$$

***III-ші ретті анықтауышты есептеу әдістері:***

**Есеп 9:** $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 6 & 5 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ анықтауышын есептеңіз.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 6 & 5 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 1\cdot 6\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 2 + 4(-1)\cdot(-3) - (-3)\cdot 6\cdot 2 - 2\cdot 4\cdot 1 - 5\cdot(-1)\cdot 1 = 71$$

## 1.3Кері матрица

**Есеп 10:** А матрицасы берілген. А матрицасы қайтымды болатындығына көз жеткіз, оған кері $A^{-1}$ матрицасын тап және $AA^{-1} = A^{-1}A = E$ теңдігінің орындалатындығын тексер, егер $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

*Шешуі:* А матрицасының анықтауышын есептесек $\det A = \begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -8 \neq 0$ және алгебралық толықтауыштар: $A_{11} = -2$, $A_{12} = 2$, $A_{13} = 4$, $A_{21} = 3$, $A_{22} = 1$, $A_{23} = -2$, $A_{31} = -7$, $A_{32} = -5$, $A_{33} = -6$.

Онда, $A^{-1} = \frac{1}{-8}\begin{pmatrix} -2 & 3 & -7 \\ 2 & 1 & -5 \\ 4 & -2 & -6 \end{pmatrix}$, $AA^{-1} = A^{-1}A = E$.

## 1.4Матрицаның рангісі

**Есеп 11:** Берілген матрицалардың рангілерін табыңыз.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \; C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \; D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$